

OTRA FORMA DE APRENDER MATEMÁTICAS. UNA PROPUESTA PARA AFRONTAR EL NUEVO EEES.

Francisco José Santonja Gómez
Universidad Europea de Madrid-Centro Adscrito Valencia

1. CONTEXTUALIZACIÓN.

La introducción en el EEES exige un replanteamiento de las fórmulas tradicionales de enseñanza universitaria. El rol del estudiante se modifica. Él mismo deberá ser el motor de su aprendizaje. El papel del docente no sólo será el de transmisor de contenidos científicos. Deberá convertirse en un ‘facilitador’ del aprendizaje autónomo, en un orientador de trabajos y, en cierta medida, en un mentor que acompañará al alumnado en su camino de formación, un camino que éste debe recorrer activamente. La desaparición de la docencia clásica, presencial, cuyo principal método de enseñanza era la lección magistral, es un hecho. El cambio de paradigma supone, para el estudiante, la exigencia de mayor implicación y dedicación; para el profesor, una mayor preparación de los materiales, y de las actividades propuestas, y una mayor preocupación por el seguimiento del aprendizaje de los estudiantes.

En este contexto, en el ahora Campus de Valencia de la Universidad Europea de Madrid, se lleva tres cursos académicos adecuando el diseño de la asignatura de Matemáticas Empresariales, de la Diplomatura en Ciencias Empresariales, a la nueva situación. Se trata de una asignatura troncal, de 6 créditos, localizada en el primer curso de la titulación.

Desde 1996, venimos enseñando matemáticas con la presencia del ordenador en todas las fases del proceso de enseñanza y aprendizaje, incluyendo su uso en las sesiones teóricas y prácticas, y también en los exámenes. La incorporación del asistente matemático, en nuestro caso Derive [1], nos permite usarlo, como apoyo en las clases teóricas, por sus posibilidades en cuanto a la visualización y concibiéndolo como una calculadora de sobremesa, puede ayudarnos con las operaciones, lo que permite que las clases de matemáticas sean algo más que meros cálculos rutinarios. A diferencia de otras iniciativas parecidas, se ha querido que la máquina también esté presente en las pruebas de evaluación [2].

Asumida esta incorporación tecnológica, en los últimos años, se ha venido trabajando en la adecuación de las notas técnicas de la asignatura, que presentan los contenidos de cada uno de los temas, de las actividades dirigidas, con el diseño de casos prácticos a partir de la prensa económica y de situaciones reales de empresa, donde los profesores de la asignatura han participado, y de los sistemas de evaluación. En el presente trabajo, se presenta una descripción de la experiencia de impartir esta asignatura con las actuaciones de mejora que se han desarrollado.

2. OBJETIVOS.

Con esta nueva forma de presentar el conocimiento matemático, se quiere que el alumno adquiera, por sí mismo, conocimiento, destrezas y competencias que ayuden a definir su perfil profesional. Se quiere fortalecer un proceso formativo centrado en el aprendizaje activo del estudiante que desarrolle en éste capacidades para afrontar la profesión. Frente a una enseñanza de la matemática descontextualizada, en la que el profesor ignora las necesidades formativas de sus estudiantes y las habilidades que deben adquirir por la titulación específica que cursan, nosotros siempre hemos tenido presente a quiénes enseñamos matemáticas y para qué.

Con estos propósitos, se concretaron los objetivos específicos de la asignatura:

1. El alumno debe conocer técnicas matemáticas basadas en el álgebra lineal, el cálculo diferencial y el cálculo integral.
2. El alumno debe adquirir destrezas para pasar de la realidad empresarial, transmitida con datos, a un lenguaje técnico como es la matemática. Relacionar situaciones empresariales con modelos y técnicas matemáticas.
3. El alumno debe trabajar en equipo en la resolución de problemas empresariales utilizando las técnicas matemáticas expuestas.
4. El alumno debe interpretar las soluciones proporcionadas con las técnicas y métodos matemáticos en el ámbito empresarial.

3. METODOLOGÍA.

La metodología con la que se trabaja en el aula está marcada por la concepción de que la docencia, en su forma magistral, será sólo una parte del total de actividades programadas.

La dedicación a la asignatura en el aula se distribuye de la siguiente manera:

- *Clases magistrales*: Sobre un total de doce horas presenciales al mes, dos de ellas, aproximadamente, se dedican a proporcionar al alumno una visión introductoria de los conceptos a tratar y que se aplicarán en el tratamiento de los casos prácticos propuestos.
- *Seminarios*: Seis de las horas mensuales, aproximadamente, se dedican a la resolución dirigida de casos prácticos.
- *Talleres*: Se dedican cuatro horas al mes a la resolución de casos prácticos en grupos de no más de cuatro alumnos.

Desde el punto de vista del material didáctico, los alumnos cuentan, de antemano, colocadas en la página Web de la asignatura, con las notas técnicas, donde se presentan los conceptos matemáticos a estudiar, los casos prácticos resueltos y los casos prácticos propuestos. Además, los alumnos pueden contactar mediante teléfono, correo electrónico o presencialmente con cada docente. Éste no tiene un horario estricto de atención presencial. Los alumnos conciertan citas con sus profesores según sus necesidades. Como ya se ha citado, en todos los escenarios de aprendizaje, clases magistrales, seminarios, talleres, resolución de dudas y pruebas control, o exámenes, el alumno dispone de DERIVE, un asistente matemático que evita que aquel tenga que realizar cálculos 'a mano'.

Para superar la asignatura, los criterios de evaluación han sido los siguientes:

- *Evaluación continua (30%)*. La evaluación continua se basa en la realización de aproximadamente seis pruebas control. Éstas se realizan al final de cada tema. En ellas, el alumno dispone de los apuntes de la asignatura, las notas técnicas, los casos resueltos y la solución de los casos en los que ha trabajado y que previamente ha revisado el profesor. El superar estas pruebas control no supone la eliminación de la materia para el examen final. Se realizan pruebas de evaluación individual y también en grupo.
- *Prueba final (70%)*. La prueba final se realiza en las mismas condiciones que las pruebas parciales, con las notas técnicas, los casos resueltos y las soluciones de los casos propuestos.

El poder disponer de los apuntes permite fundamentar las pruebas en casos reales. Además, la realización de un examen por tema permite que las pruebas planteadas sean algo más que no un cúmulo de preguntas tipo al estilo de los exámenes tradicionales.

Los contenidos de la asignatura están divididos en tres bloques. El primero es de cálculo diferencial en funciones de una variable, donde se pretende consolidar el concepto de función, el segundo es el de álgebra lineal, donde se presentan conceptos como matrices, sistemas de ecuaciones, o autovalores de una matriz, básicos en el bloque siguiente, el de cálculo diferencial en funciones de varias variables, concretamente en los problemas de optimización. Se concluye, con nociones de cálculo integral y ecuaciones diferenciales de primer orden [3].

4. DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA.

A modo de ejemplo, se detalla el tratamiento que se le da al capítulo de matrices, determinantes, autovalores y sistemas de ecuaciones del bloque de álgebra lineal.

La presentación del mismo se hace a partir de una sesión magistral de una hora de duración. Con anterioridad a esta clase magistral, el alumno dispone de las notas técnicas, que se utilizarán en la sesión, en el sitio Web de la asignatura. El profesor presenta los conceptos de manera abierta y buscando la participación del alumno. Se considera fundamental la participación activa de los estudiantes mediante preguntas y sugerencias. No hay que olvidar que éste ha revisado las notas técnicas con anterioridad. A continuación, se presenta un extracto de las notas técnicas utilizadas en el tratamiento del tema que nos ocupa.

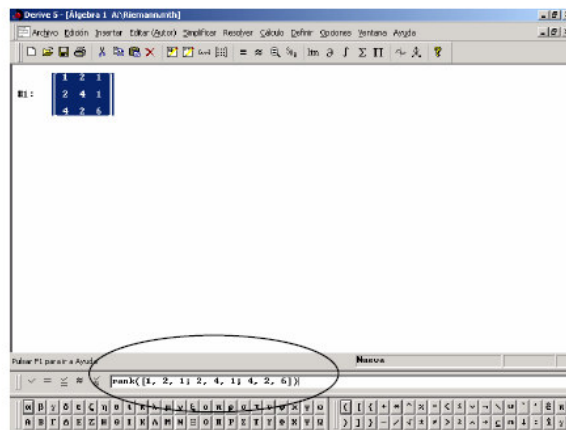
4.3 RANGO DE UNA MATRIZ

Dada una matriz A de orden $m \times n$, se denomina *menor* de orden h de la matriz A al determinante de una submatriz cuadrada de A de orden h. El menor formado por las h primeras filas y las h primeras columnas de A se le llama *menor principal* de orden h.

Se dice, entonces, que el rango de la matriz A es p, y se escribe $\text{rank } A = p$, si:

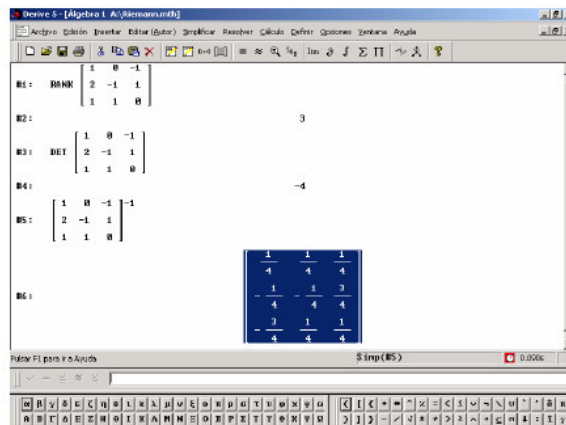
- Existe un menor de orden p no nulo y
- Todos los menores de orden superior a p son nulos o no existen.

El calculo del rango de una matriz dada también se puede realizar, desde el área de diálogo, a partir de la expresión $\text{RANK}()$.



4.4 SITUACIÓN PRÁCTICA

Dada la matriz $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, calcula su rango, su determinante y su matriz inversa.



Como se puede observar, la presencia de DERIVE es una máxima en todas los entornos de aprendizaje, también en la clases magistrales. Huelga decir que las sesiones de introducción de conceptos se realizan en el aula de informática. Ésta está equipada con un cañón de proyección, con el que el profesor presenta los contenidos, y cada alumno tiene un ordenador con conexión a internet.

Después de la presentación de los aspectos técnicos, y englobadas en el concepto de seminarios, se desarrollan las actividades dirigidas programadas. La que sigue es una de las preparadas para este tema y que deben resolver los alumnos trabajando en grupo.

CASO TELEFONÍA MÓVIL

A la vista de los datos que publica el diario EXPANSIÓN, el día 16 de octubre de 2007, sobre el sector, se propone analizar la dinámica de la cuota de mercado, por clientes, de Movistar, Vodafone y Orange para los próximos años.



El profesor dedica entre 10 y 15 minutos a realizar la presentación de la actividad. No se imparte ninguna sesión adicional relacionada con este trabajo, ya que parte de los contenidos a utilizar han sido vistos en la sesión magistral y se pretende que los conceptos nuevos sean desarrollados por el alumno. La presentación que el profesor hace de este tipo de actividades consta de tres epígrafes: objetivo, bibliografía y evaluación.

1. **Objetivo.** Esta actividad tiene dos objetivos generales:
 - a. Profundizar en el concepto de sistema de ecuaciones y autovalores de una matriz.
 - b. Adquirir destreza en la modelización matemática.
2. **Bibliografía.** Se presenta, de manera detallada, la bibliografía relacionada con todos los aspectos que se deben tratar en la resolución del caso.
3. **Evaluación.** A la hora de evaluar esta actividad, se tendrá en cuenta la correcta realización de la misma y la manera en la que se presentan los resultados. En cuanto a la puntuación, las actividades de este tipo suponen el 30% de la nota final obtenida, a repartir entre las distintas actividades propuestas. Ésta es una de las seis pruebas control que los alumnos han realizado este año 2007-2008, por lo que su puntuación ha sido del 5% del total de la nota de la asignatura.

La consecución de la actividad supone haber resuelto previamente el caso en grupo. Los grupos de trabajo están formados por no más de tres estudiantes. La nota final de cada alumno del grupo será la misma, vendrá dada por la nota media calculada de entre las notas obtenidas por cada uno de los miembros del grupo, a los que se les realizará, de manera individual, diversas cuestiones sobre el mismo. Se pretende que los miembros del grupo se animen a trabajar en equipo ya que la nota obtenida por cada uno de ellos depende de la nota que obtienen sus compañeros. La actividad consiste básicamente en que cada grupo presente el modelo matemático, basado en un sistema de ecuaciones en diferencias [4], que permita pronosticar la dinámica del mercado de telefonía móvil.

Nuestro objetivo es cambiar la forma de enseñar. Queremos que el proceso enseñanza-aprendizaje sea un proceso activo y participativo, que no consista sólo en la mera transmisión de conocimiento. Todo esto requiere nuevos materiales y nuevas forma de evaluar. Nuestra apuesta por el Problem Based Learning (PBL) hace que las pruebas de evaluación se basen en la resolución de problemas. No en el desarrollo de ejercicios descontextualizados como se ha venido haciendo tradicionalmente.

5. RESULTADOS.

Consideramos que la evaluación de la experiencia se puede cuantificar a partir de las aptitudes y actitudes adquiridas por los estudiantes. Para concretar las aptitudes conseguidas, se presentan las calificaciones finales de cada uno de los grupos donde se ha desarrollado la experiencia. Para medir el efecto del método docente empleado en la actitud que ha quedado en los estudiantes hacia la matemática, se ha pasado, tres meses después de concluir la última sesión de la asignatura, a 25 alumnos de la misma, de los 60 matriculados, tomados al azar, una adaptación de la escala de actitudes presentada por Darías en 2000 [5].

Las siguientes tablas muestran los resultados obtenidos en cada uno de los grupos, en el curso 2007-2008.

Nota obtenida (Grupo Mañana)	% de alumnos
Suspense (Nota inferior a 5)	60%
Aprobado (Nota entre 5 y 6,9)	20%
Notable (Nota entre 7 y 8,9)	-
Sobresaliente (Nota entre 9 y 10)	-
No presentados al examen final	20%
Total	100%

Nota obtenida (Grupo Tarde)	% de alumnos
Suspense (Nota inferior a 5)	39%
Aprobado (Nota entre 5 y 6,9)	43%
Notable (Nota entre 7 y 8,9)	7%
Sobresaliente (Nota entre 9 y 10)	4%
No presentados al examen final	7%
Total	100%

Destaca el porcentaje de alumnos no presentados en el grupo de la mañana. También destaca el porcentaje de suspensos en el grupo de la mañana. No se detecta diferencias significativas entre las notas medias de los dos cursos. El contraste no paramétrico de Mann-Whitney así lo indica (Estadístico U de Mann-Whitney = 105,50; p-valor = 0,15)¹.

Ahora se muestra los resultados de la escala de actitudes:

Factores analizados	Nota media	Desviación típica	Percentil 25	Percentil 50	Percentil 75
Deseo de saber más matemáticas	3,66	0,85	3	4	4
Importancia que se le otorga al conocimiento matemático	2,94	0,99	2	3	4
Utilidad del conocimiento matemático	2,64	1,04	2	2	3
Seguridad ante el conocimiento matemático	3,18	0,79	2	3	4

Escala: 1: Totalmente en desacuerdo...5: Totalmente de acuerdo.

En cuanto a las actitudes, se observa cómo el deseo de saber más matemáticas, factor que recoge ítems relacionados con la motivación hacia el conocimiento matemático, es el más valorado. Se puede ver cómo el 50% de los estudiantes encuestados están De acuerdo o Totalmente De acuerdo con ampliar conocimientos sobre la materia (Percentil 50 =4). Por el contrario, los ítems relacionados con la utilidad que puede producir el conocimiento matemático, en cuanto al desarrollo profesional, son los que peor valoración han obtenido. Tan sólo un 25% de los alumnos encuestados considera que la matemática es útil o muy útil para el ejercicio de la profesión (Percentil 75 =4).

Los contrastes estadísticos no paramétricos realizados, Mann-Whitney y Kruskal-Wallis, nos indican que estas valoraciones no dependen ni del grupo del encuestado (mañana o tarde), ni de su género (hombre o mujer), ni de la procedencia (bachillerato u otra), ni de la opción de bachillerato de procedencia (Salud, Científico-Técnica o Sociales), ni del hecho de cursar la asignatura en primera matrícula. En todos los caso, los p-valores asociados a los distintos contrastes son mayores que 0,05.

6. CONCLUSIONES.

Admitimos que la metodología aplicada ha tenido buena acogida. El hecho de que el 75% de los alumnos no muestre desagrado con la posibilidad de ampliar sus conocimientos sobre la matemática nos satisface (Percentil 25 =3). Aunque, la experiencia obtenida durante su aplicación nos lleva a reflexionar y a pensar en nuevas estrategias que permitan superar los puntos débiles que hemos detectado en esta nueva forma de enseñar matemáticas. Consideramos, por ejemplo, que se debe mejorar en

¹ En los contrastes estadísticos realizados, el nivel de significatividad empleado ha sido del 5% (p-valor =0,05). Así, cualquier p-valor menor a 0,05 será indicativo de una relación estadísticamente significativa. Por el contrario, un p-valor mayor, o igual, a 0,05 indica ausencia de relación.

mostrar una matemática que sea útil para la profesión. Aunque, la tarea no es nueva. Ya en 1905, El propio H. Poincaré reflexionaba al respecto [6]. Nosotros hemos aceptado el reto. De hecho, ya estamos adecuando algunos materiales y diseñando escenarios de aprendizaje fuera del aula. Aspectos, éste último, que, según nuestro plan de actuación, nos quedaba por incorporar para el curso 2008-2009. Consideramos que las actividades *in company* programadas para el próximo curso, pueden ayudar a mejorar la concepción que los estudiantes han señalado sobre la utilidad de la matemática en el mundo de los negocios.

Otro de los aspectos a tener en cuenta en esta reflexión final es la actitud del alumnado ante la nueva metodología. No todos han entendido que esta manera de diseñar la asignatura requiere de la preparación continua y progresiva de los temas planteados. La escasa participación en la entrega de trabajos puntuables y en preparación de las sesiones prácticas, detalle que se ha ido incrementando con el paso del cuatrimestre, ha sido notable en el grupo de la mañana. Está la razón de los malos resultados, y del gran porcentaje de alumnos no presentados al examen final. Se ha podido comprobar que, tanto en el grupo de la mañana, como en el grupo de la tarde, el perfil del alumno que ha superado la asignatura corresponde con aquél que ha hecho, del trabajo continuo y del compromiso personal con su formación, una máxima.

¿Cómo podemos hacer consciente al estudiante de que la enseñanza superior es distinta a la enseñanza preuniversitaria? El alumno tiene que comprender, al llevar a la Universidad, que la metodología docente que en ella se desarrolla es totalmente diferente y que, en ella, el alumno tiene un papel distinto: es el protagonista. Consideramos que ésta pueda la ser la clave del inminente entorno que se nos avecina, el hecho de que el estudiante acepte su papel y se comprometa con su representación. Está claro que nosotros, los profesores, debemos admitir nuestro rol, el de motivar al estudiante con la preparación de materiales y actividades, con el acompañamiento en su estudio y con la supervisión. Pero, el alumno también debe tener claro cual es el suyo.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] www.derive-europe.com
- [2] Santonja, FJ (1999): Un curso de matemáticas empresariales con ordenador. *I Simposium Iberoamericano sobre Didáctica Universitaria*. Santiago de Compostela.
- [3] Santonja, FJ (2004): *Fundamentos matemáticos para la gestión empresarial*. Valencia: Fundación Estema.
- [4] Pérez-Cacho, S; Gómez, FM; Marbán, JM (2002): *Modelos matemáticos y procesos dinámicos*. Valladolid: Universidad de Valladolid.
- [5] Darias, EJ (2000): Escala de actitudes hacia la estadística. *Psicothema*, 12-2, pp. 175-178.
- [6] Poincaré, H (1905): *El valor de la ciencia*. Madrid: Espasa Calpe (Edición de 1964).